

Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int (2-3x)^7 dx$

b) $\int x \cdot \sin(3-x) dx$

c) $\int x e^{3x} dx$

d) $\int \sin^5(x) \cos(x) dx$

e) $\int \frac{\ln(x)}{x} dx$

f) $\int x \sqrt{2x-1} dx$

g) $\int \frac{2x}{x^2-4} dx$

h) $\int \frac{2x-1}{x^2-x+3} dx$

i) $\int_{-4}^0 (3x^2 - |x+2|) dx$

j) $\int x^2 \cdot \sin(x) dx$

Aufgabe 2

a) Gesucht ist die Funktion, die bei $x = 1$ eine Nullstelle hat und deren Ableitung durch $f'(x) = x^3$ dargestellt wird.

b) Bestimmen Sie die Fläche der Figur, die durch folgende Begrenzungen gegeben ist.

$$y = \frac{1}{5}x + 2; \quad y = 0; \quad x = 1; \quad x = 5$$

Aufgabe 3

Lösen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int \frac{t^3}{\sqrt{1+t^4}} dt$

b) $\int_1^3 x \cdot e^{x-3} dx$

c) $\int \frac{x}{\sqrt{x-3}} dx$

d) $\int \arcsin(x) dx$

e) $\int x^2 \sqrt{6x^3-5} \cdot dx$

f) $\int \tan(x) dx$

g) $\int \frac{x}{1+x^4} dx$

h) $\int \frac{\sin(x)}{1+\cos(x)} dx$

i) $\int (1 + \sin^2(x))^2 \cos(x) dx$

j) $\int x \cdot \sin(x^2) dx$

Aufgabe 4

a) Gesucht ist die Stammfunktion zu $f(x) = 6x^2 + 4x - 3$, die durch den Punkt $P(1;6)$ geht.

b) Bestimmen Sie die Fläche der Figur, die durch folgende Begrenzungen gegeben ist.

$$y = x^2 - 5x + 4; \quad y = 0; \quad x = 0; \quad x = 6$$

c) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die im Intervall $[2; 5]$ von $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ und der x-Achse begrenzt wird.

Aufgabe 5

Lösen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$

b) $2 \int \frac{\cos(x)}{\sin(2x) \cdot \tan(x)} dx$

c) $\int 3x \cdot e^{\frac{x^2}{3}} dx$

d) $\int \frac{\sin(x)}{e^x} dx$

e) $\int x \cdot e^{1-3x^2} dx$

f) $\int \frac{-x+1}{x^2-2x+2} dx$

g) $\int \frac{\sin(x)}{\sqrt{2+\cos(x)}} dx$

h) $\int \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} dx$

Lösungen

1a) $-\frac{1}{24}(2-3x)^8 + C$; b) $x \cos(3-x) + \sin(3-x) + C$; c) $\frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$; d) $\frac{1}{6} \sin^6(x) + C$;

e) $\frac{1}{2} \ln(x)^2 + C$; f) $\frac{1}{10} (2x-1)^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{6} (2x-1)^{\frac{3}{2}} + C$; g) $\ln|x^2-4| + C$; h) $\ln|x^2-x+3| + C$; i) 60;

j) $-x^2 \cos(x) + 2x \sin(x) + 2 \cos(x) + C$ 2a) $F(x) = \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{4}$; b) 10,4

3a) $\frac{1}{2} \sqrt{1+t^4} + C$; b) 2; c) $2x(x-3)^{\frac{1}{2}} - \frac{4}{3} (x-3)^{\frac{3}{2}} + C$; d) $x \cdot \arcsin(x) + \sqrt{1-x^2} + C$;

e) $\frac{1}{27} (6x^3-5)^{\frac{3}{2}} + C$; f) $-\ln|\cos(x)| + C$; g) $\frac{1}{2} \arctan(x^2) + C$; h) $-\ln|1+\cos(x)| + C$;

i) $\sin(x) + \frac{2}{3} \sin^3(x) + \frac{1}{5} \sin^5(x) + C$; j) $-\frac{1}{2} \cos(x^2) + C$

4a) $F(x) = 2x^3 + 2x^2 - 3x + 5$; b) 15; c) $\frac{37}{6} \approx 6,17$;

5a) $x \cdot \tan(x) + \ln|\cos(x)| + C$; b) $\frac{-4}{\sin(x)} + C$; c) $\frac{9}{2} e^{\frac{x^2}{3}} + C$; d) $\frac{-(\sin(x) + \cos(x))}{2e^x}$;

e) $-\frac{1}{6} e^{1-3x^2} + C$; f) $-\frac{1}{2} \ln|x^2-2x+2| + C$; g) $-2\sqrt{2+\cos(x)} + C$; h) $-\sqrt{a^2-x^2} + C$;