

Aufgabe 1

Welche der folgenden Integrale sind uneigentlich und warum?

a) $\int_1^2 \frac{1}{2x-1} dx$

b) $\int_0^1 \frac{1}{2x-1} dx$

c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(x)}{1+x^2} dx$

d) $\int_1^2 \ln(x-1) dx$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die folgenden Integrale und geben Sie an, welche konvergent und welche divergent sind.

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|} dx$

c) $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

Aufgabe 3

Eine Firma stellt Glühlampen her, die ca. 700 Stunden brennen. Darunter gibt es natürlich immer einige, die schneller ausbrennen und einige, die länger durchhalten. Sei $F(t)$ der Anteil der Glühlampen, die innerhalb eines Zeitraums $[0,t)$ ausbrennen. $F(t)$ ist eine Zahl zwischen 0 und 1.

a) Skizzieren Sie einen plausiblen Verlauf des Graphen $F(t)$.

b) Erklären Sie die Bedeutung der Ableitung $r(t) = F'(t)$ und skizzieren Sie einen plausiblen Verlauf des Graphen $r(t)$.

c) Welchen Wert hat das uneigentliche Integral $\int_0^{\infty} r(t) dt$ und warum?

Aufgabe 4

Berechnen Sie die folgenden Integrale

a) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin(x)| dx$

b) $\int_{-1}^1 e^{-|x|} dx$

c) $\int_{-1}^1 \frac{x}{|x|} dx$

d) $\int_0^1 f(x) \cdot \sin(x) dx$ mit $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$