

Aufgabe 1: Integrationsverfahren

Lösen Sie die folgenden Integrale mit einem geeigneten Verfahren:

a) $\int x e^{-x} dx$ b) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \cdot \sin\left(\frac{x^2}{2}\right) dx$

Aufgabe 2: Flächen- und Volumenberechnung

Der Graph der Funktion $f(x) = -(x-2)^2 + 1$ schließt mit der x-Achse eine Fläche ein.



- a) Berechnen Sie die eingeschlossene Fläche.
b) Berechnen Sie das Volumen das durch Rotation der Fläche um die Achse $y=1$ entsteht

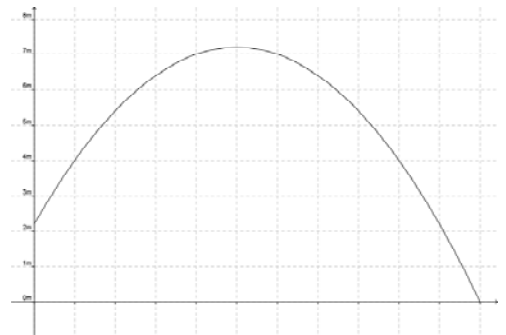
Aufgabe 3: Reihen

Gegeben sei die Reihe $R = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot e^{-n}$

- a) Zeigen Sie mit Hilfe des Integralkriteriums, dass die Reihe konvergiert.
b) Ermitteln Sie die Fehlergrenze, wenn die Reihe mit den ersten fünf Gliedern angenähert wird.

Aufgabe 4: parametrisierte Funktionen

Ein Leichtathlet wirft einen Ball aus 2,2m Höhe in einem Winkel von 45° zur Erdoberfläche. Der Abwurf erfolgt mit einer Geschwindigkeit von $\sqrt{200} \text{ m/s}$. Die Flugbahn ist in nebenstehender Abbildung dargestellt. Die Flugbahn ist in parametrisierter Form gegeben.



$$x(t) = 10t \quad y(t) = -5t^2 + 10t + \frac{11}{5}$$

- a) Nach welcher Zeit erreicht der Ball den höchsten Punkt der Flugbahn? Wie hoch liegt der Punkt über der Erdoberfläche?
b) Nach welcher Zeit trifft der Ball auf die Erdoberfläche? Wie weit wurde der Ball geworfen?
c) Berechnen Sie die zwischen der Flugbahn und der Erdoberfläche eingeschlossene Fläche.

Aufgabe 5: Reihenentwicklung

Bestimmen Sie ausgehend von der MacLaurin- Reihe $R = \frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$ durch Integration die

MacLaurin- Reihe für die Funktion $f(x) = \ln|1-x|$

Aufgabe 6: parametrisierte Funktionen

Eine Figur (siehe Abbildung) ist durch folgende Parameter-Funktionen gegeben:

$$x = t^2 - 2t \quad y = t^3 - 4t$$

Berechnen Sie die eingeschlossene (farbig markierte) Fläche.

