Aufgabe 1: Reihen

a) Überprüfen Sie mit Hilfe des Integralkriteriums ob die Reihe $R = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ konvergiert.

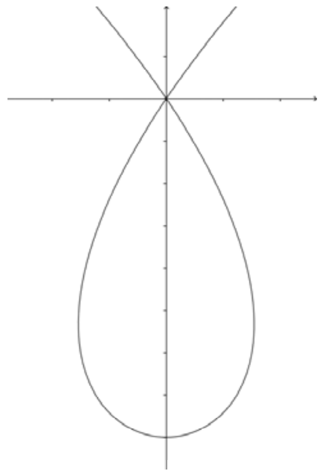
b) Ermitteln Sie den Konvergenzradius der Reihe $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n!}$

c) Berechnen Sie $\int g(x)dx$

Aufgabe 2: Parametrisierte Funktionen

Gegeben ist folgende Kurve in parametrischer Form:

$x = t\,(t^2 - 4)$ $\quad\quad$ $y = 4\,(t^2 - 4)$



a) Für welche Werte von t geht die Kurve durch den Ursprung?
b) Bestimmen Sie die Werte von t, in denen die Tangente horizontal ist.
c) Bestimmen Sie die Werte von t, in denen die Tangente vertikal ist.
d) Berechnen Sie die eingeschlossene Fläche.

Aufgabe 3: Reihenentwicklung

a) Entwickeln Sie eine MacLaurin-Reihe für $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$

b) Gesucht ist die Taylor-Reihe für $f(x) = e^{2x}$ im Entwicklungspunkt $a = 1$

Aufgabe 4: Integrale

Lösen Sie folgende Integrale:

a) $I = \int \frac{1}{(2-x)} \cdot \ln(2-x)dx$

b) $f(x) = \int_0^4 \left|1 - x^2\right| dx$

Aufgabe 5: Flächen und Volumen

Die Kurven $y = x$ und $y = \sqrt{x}$ schließen eine Fläche ein.

a) Berechnen Sie diese Fläche.
b) Berechnen Sie das Volumen, das entsteht, wenn diese Fläche um die Achse $y = 1$ rotiert.