Aufgabe 1

Bestimmen Sie die x-Werte für die die folgenden Reihen sicher konvergieren!

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{x^n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$ e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}$ f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!}$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie das Konvergenzintervall der Reihe

a) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n (n+2) x^n$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^{3n}}{2}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{4^n}$

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n \cdot \ln(n)}$ für $x \in (-4;4)$ konvergiert.

Aufgabe 4

Ermitteln Sie die MacLaurin-Reihe für

a) $f(x) = \sin x^2$ b) $f(x) = \cos x^2$ c) $f(x) = \cos \sqrt{x}$

Aufgabe 5

Gesucht ist die MacLaurinsche Reihendarstellung von

a) $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$ b) $f(x) = \sqrt{1+x}$

Aufgabe 6

a) Beweisen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\ln(n)}$ für $x \in (-1;\, 1)$ konvergiert. (SS07)

b) Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$ (SS04)

c) Ermitteln Sie $\int x \cdot e^{x^3} dx$ als MacLaurin-Reihe mit Hilfe einer bekannten Reihe. (SS07)

d) Ermitteln Sie $f(x) = x \cos(x^2)$ als MacLaurin-Reihe unter Zuhilfenahme einer bekannten Reihe und vereinfachen Sie diesen Ausdruck so weit wie möglich. (WS07/08)

e) Ermitteln Sie für die Funktion aus d) die erste Ableitung $f'(x)$. (WS07/08)

f) Ermitteln Sie den Konvergenzradius der Reihe $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n!}$. (SS08)

g) Berechnen Sie $\int g(x) dx$ als Reihe. (SS08)

Bekannte Reihen:	$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$	$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$
MacLaurin:	$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!} x^4 + \ldots$		