Aufgabe 1: Integrationsverfahren

Lösen Sie die folgenden Integrale mit einem geeigneten Verfahren. Überprüfen Sie vorher, ob es sich bei den bestimmten Integralen um uneigentliche Integrale handelt.

a) $\int x^3\sqrt{2x^4-5}\cdot dx$ c) $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ g) $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}dx$

Aufgabe 2: Flächen- und Volumenberechnung

a) Die Fläche zwischen der Kurve $y=x^3-4x$ und der x-Achse in den Grenzen von 0 bis 2 ist durch eine senkrechte Gerade $x=c$ zu halbieren. Berechnen Sie c.

b) Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch Rotation der Fläche zwischen den Kurven mit den Gleichungen $y=\sqrt{8x}$, $(x-5)^2+y^2=9$, $y=0$ und $x=5$, um die x-Achse entsteht. Erstellen Sie zuerst eine Skizze!

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Grenzwerte:

Lösungen:

a) $\lim\limits_{n\mapsto\infty}\frac{2}{n-1}$ b) $\lim\limits_{n\mapsto\infty}\frac{n^2+1}{n+1}$ c) $\lim\limits_{n\mapsto\infty}10^{-n}$

d) $\lim\limits_{n\mapsto\infty}\frac{10^5 n}{n^5}$ e) $\lim\limits_{n\mapsto\infty}\frac{2-n^3}{10n^2+n}$ f) $\lim\limits_{n\mapsto\infty}\frac{(n-5)^2}{n^2+1}$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Formel der Folge:

a) $\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4};\frac{4}{5};\frac{5}{6}$ b) $-2;\ 4;\ -6;\ 8;-10;$ c) $\frac{2}{2};\frac{3}{4};\frac{4}{6};\frac{5}{8};\frac{6}{10}$

Aufgabe 5

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

a) $R=\frac{3}{2}+\frac{9}{8}+\frac{27}{24}+\frac{81}{64}+...$ b) $R=\frac{1}{1!}+\frac{4}{2!}+\frac{9}{3!}+\frac{16}{4!}+...$

Zusatz

Aufgabe 1: Integrationsverfahren

Lösen Sie die folgenden Integrale mit einem geeigneten Verfahren. Überprüfen Sie vorher, ob es sich bei den bestimmten Integralen um uneigentliche Integrale handelt.

b) $\int x \cdot \sin(x^2)dx$

d) $\int_0^5 \left(2x^3 - |x-2|\right)dx$

e) $\int_e^\infty \frac{1}{x(\ln(x))^2}dx$

f) $\int x^2 \cdot \sin(x)dx$

Aufgabe 2: Flächen- und Volumenberechnung

c) Es ist das Volumen des Rotationskörpers zu berechnen, der durch Rotation der von den Kurven $(x-5)^2 + y^2 = 25$ und $y^2 = 2x$ eingeschlossenen Fläche um die x-Achse entsteht.
Erstellen Sie zuerst eine Skizze und berechnen Sie **beide** Möglichkeiten.

d) Berechnen Sie mit Hilfe der Integralrechnung das Volumen einer Pyramide der Höhe h, deren Grundfläche ein Rechteck mit der Seitenlänge 2a und a ist.
Zur Kontrolle: Volumen Pyramide: (Grundfläche x Höhe / drei) $V = \frac{a \cdot 2a \cdot h}{3} = \frac{2}{3}a^2h$

Lösungen:

1a) $\frac{1}{12}\left(2x^4-5\right)^{\frac{3}{2}} + C$ b) $-\frac{1}{2}\cos(x^2) + C$ c) $2\sqrt{3}$ d) 306

e) 1 f) $-x^2\cos(x) + 2x\sin(x) + 2\cos(x) + C$ g) 2

2a) $c = 1{,}082$ 2b) 82π 2c) $V_{ax} = \frac{256}{3}\pi$ $V_{bx} = \frac{244}{3}\pi$ d) $V = \frac{2}{3}a^2h$

3a) 0 b) ∞ c) 0 d) 0 e) $-\infty$ f) 1

4a) $a_n = \frac{n}{n+1}$ b) $a_n = 2n(-1)^n$ c) $a_n = \frac{n+1}{2n}$

5a) divergent b) konvergent