Aufgabe 1

Bestimmen Sie mit Hilfe des Integralkriteriums, ob die Reihen konvergieren. Bestimmen Sie für c) und d) den Fehler, wenn man die Reihe durch die ersten 5 Folgeglieder annähert.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n+1}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} n\cdot e^{-n}$ (SS13 / 25 Pkt) d) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ (SS11 / 15 Pkt)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie das Konvergenzintervall der Reihe

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$

Aufgabe 3:

Gesucht ist die Taylor-Reihe für f(x) =

a) e^{2x} in $x_0 = 1$ b) $\cos(x)$ in $x_0 = -(\pi/2)$

Aufgabe 4

Gegeben sei die Potenzreihe $f(x)=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{x^{2n}}{\ln(n)}$ (SS 2013 / 15 Punkte)

a) Berechnen Sie den Konvergenzradius der Reihe.

b) Sei $g(x)=x^2\cdot f(x)$. Berechnen Sie die Reihendarstellung von $g'(x)$

Aufgabe 5

a) Bestimmen Sie die MacLaurinreihe von $f(x)=x\cdot e^{-x}$ (SS 2008 / 20 Punkte)

b) Ermitteln Sie den Konvergenzradius der Reihe aus a)

c) Bilden Sie das Integral der Reihe

Integralkriterium:

$R=\sum_{n=s}^{\infty}a_n$ (monoton fallende Nullfolge!)

$wenn \int_s^{\infty} f(x)dx$ *konvergent, dann R auch konvergent, sonst divergent*

Fehler, (Annäherung durch n Folgeglieder): $\int_{n+1}^{\infty} f(x)dx \le R_n \le \int_n^{\infty} f(x)dx$

Bekannte Reihen: $\sin(x)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ $\cos(x)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}$ $e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$

MacLaurin: $f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\frac{f'''(0)}{3!}x^3+\frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4+\ldots$

Taylorreihe: $f(x)=f(x_0)+\frac{f'(x_0)\cdot(x-x_0)}{1!}+\frac{f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2}{2!}+\frac{f'''(x_0)\cdot(x-x_0)^3}{3!}+\ldots$